

Senida Grbović, dipl.el.ing 1\*  
JU „Srednja elektro-ekonomska škola“, Bijelo Polje  
senida\_grbovic@hotmail.com

prof. Emeritus dr Ilija Vujošević, dipl.el.ing  
Elektrotehnički fakultet, Podgorica  
ilijav@ac.me

prof.dr Zoran Miljanić, dipl.el.ing  
Elektrotehnički fakultet, Podgorica  
zormi@ac.me

## OPTIMALNI DISPEČING TERMoeLEKTRANA PRIMJENOM MJEŠOVITOG CJELOBROJNOG LINEARNOG PROGRAMIRANJA

### KRATAK SADRŽAJ

Izbor agregata u pogonu i optimalni dispečing elektrana predstavljaju najbitnije odluke za svako elektroprivredno preduzeće. Prilikom planiranja rada proizvodnih jedinica osnovni zahtjev jeste zadovoljavanje potreba svih korisnika priključenih na sistem, uz održavanje sigurnosnih ograničenja, pri što je moguće nižim troškovima. Nekada je glavni cilj ekonomskog dispečinga bio smanjenje troškova proizvodnje uz uvažavanje tehničkih ograničenja proizvodnih jedinica, dok danas, sa sve većim razvojem tržišta električne energije, akcenat je stavljen na povećanje dobiti preduzeća. Stoga su razvijeni brojni optimizacioni algoritmi, među kojima je i algoritam zasnovan na metodi linearnog programiranja. Primjenom linearnog programiranja vrši se optimizacija funkcije cilja, koja je u ovom slučaju profit elektroprivrednog preduzeća, uz poštovanje ograničenja tipa jednakosti i nejednakosti. U cilju implementacije binarnih varijabli za indikaciju stanja generatorskih jedinica (0/1), uvodi se mješovito cjelobrojno linearno programiranje. U tu svrhu, kreiran je programski kod u MATLAB-u, koji za date karakteristike termoelektrana kao i cijene električne energije na referentnoj berzi, formira plan rada generatorskih jedinica za naredni dan. Zahvaljujući razvijenom programu, elektroprivredno preduzeće dobro planira proizvodnju, uvoz i izvoz, što se pozitivno odražava na profit samog preduzeća.

**Ključne riječi:** MILP- Mixed integer Linear Programming (Mješovito cjelobrojno linearno programiranje), UC – Unit Commitment (izbor jedinica), HUPX – Hungarian Power Exchange (mađarska berza električne energije), EC-Economic Dispatching (ekonomski dispečing), funkcija cilja

## MIXED INTEGER LINEAR PROGRAMMING BASED OPTIMAL DISPATCH OF THERMAL UNITS

### SUMMARY

Unit commitment and optimal dispatching are the most important decisions for each electric power company. When planning the operation of generating units, the basic requirement is to meet the needs of all users connected to the system while maintaining the safety constraints, with the lowest possible costs. In the past, the main goal of economic dispatching was to reduce production costs while respecting the technical constraints of production units, while today, with the increasing development of the electricity market, the emphasis is put on increasing the profit of the company.

---

\* Volodina, b.b

Therefore, numerous optimization algorithms have been developed, including algorithms based on linear programming method. By applying linear programming, the fitness function, which is in this case the profit of power company, while respecting the equality and inequality constraints, is being optimized. In order to implement binary variables for indicating the state of the generating units (0/1), a mixed linear programming is introduced. For this purpose, a programming code was created in MATLAB, which for the given characteristics of the thermal power plant and the electricity price at the reference power exchange forms the generating units schedule for the next day. Thanks to a developed program, the power company can plan production, import and export better, which is positively reflected on the profit of the company.

**Key words:** MILP- Mixed integer Linear Programming, UC – Unit Commitment, HUPX – Hungarian Power Exchange, EC-Economic Dispatching, fitness function

## OZNAKE

- $i$  - vremenski interval od jednog časa;
- $j$  - indeks generatorske jedinice;
- $m$  - indeks segmenta linearizovane krive varijabilnih troškova;
- $\hat{\partial}$  - rastući koeficijenti koji označavaju sate isključenog stanja jedinice;
- $n$  - pomoćni indeksi koji predstavljaju podskup skupa indeksa  $\hat{\partial}$ ;
- $u$  - pomoćni indeksi koji predstavljaju podskup skupa indeksa  $i$ ;
- $C_{bi}$  - cijena električne energije u satu  $i$  na referentnoj berzi;
- $UT_j$  - minimalno vrijeme za koje jedinica  $j$  mora biti u pogonu;
- $DT_j$  - minimalno vrijeme za koje jedinica  $j$  mora biti van pogona;
- $T$  - trajanje planiranog perioda (24h);
- $s_{jm}$  - nagib  $m$ -tog segmenta linearizovane krive troškova jedinice  $j$ ;
- $P_{sjm}$  - maksimalna snaga  $m$ -tog segmenta linearizovane krive troškova jedinice  $j$ ;
- $C_{var}(P)$  - varijabilni troškovi goriva;
- $K_j^{\hat{\partial}}$  - trošak pokretanja termo jedinice na  $\hat{\partial}$ -tom diskretizovanom intervalu;
- $P_{min j}$  - minimalna snaga generatorske jedinice  $j$ ;
- $P_p$  - plan potrošnje električne energije za 24 časa;
- $P_{max j}$  - maksimalna snaga kojom jedinica  $j$  može raditi;
- $RD_j$  - dozvoljeno smanjenje snage za jedinicu  $j$ ;
- $RU_j$  - dozvoljeno povećanje snage za jedinicu  $j$ ;
- $SD_j$  - dozvoljena promjena snage pri zaustavljanju jedinice  $j$ ;
- $SU_j$  - dozvoljena promjena snage pri pokretanju jedinice  $j$ ;
- $C_{kap}$  - cijena zakupa MW za jedan sat;
- $P_{MAXprod}$  - maksimalna prodaja u svakom satu;
- $P_{MAXkup}$  - maksimalna kupovina u svakom satu;
- $\hat{\partial}^{uk}$  - vrijeme hladnog starta jedinice;
- $h_j$  - logički status 0/1 jedinice  $j$  u satu prije početka planiranog perioda;
- $ONP_j$  - broj sati za koji je jedinica  $j$  radila neposredno prije početka planiranog perioda;
- $OFFP_j$  - broj sati za koji jedinica  $j$  nije radila neposredno prije početka planiranog perioda;
- $P_{jmi}$  - snaga kojom jedinica  $j$  radi na segmentu  $m$  u satu  $i$ ;

$P_{ji}$  - snaga generatorske jedinice  $j$  u satu  $i$  ;  
 $v_{ji}$  - binarna varijabla 0/1 koja indicira status jedinice  $j$  u satu  $i$  ;  
 $y_{ji}$  - binarna varijabla 0/1 koja indicira da li je jedinica  $j$  pokrenuta u satu  $i$  ;  
 $z_{ji}$  - binarna varijabla 0/1 koja indicira da li je jedinica  $j$  zaustavljena u satu  $i$  ;  
 $k_{jmi}$  -binarna varijabla 0/1 koja indicira da je snaga segmenta  $k$  jedinice  $j$  prekoračena u satu  $i$  ;  
 $p_{jmi}$  - maksimalna snaga kojom jedinica  $j$  može raditi u satu  $i$  ;  
 $st_{ji}$  - trošak pokretanja generatorske jedinice  $j$  u satu  $i$  ;  
 $P_{prodi}$  - prodaja u satu  $i$  ;  
 $P_{kupi}$  - kupovina u satu  $i$  ;

## 1. UVOD

Kratkoročno planiranje rada elektrana ima za cilj povećanje dobiti elektroprivrednog preduzeća, uz pouzdan rad EES i zadovoljavanje potreba svih potrošača za električnom energijom. Rješavanjem problema optimalnog dispečinga, definišu se periodi rada proizvodnih jedinica i trenuci njihovog pokretanja i zaustavljanja, a zatim se vrši ekonomična raspodjela opterećenja na agregate u pogonu. Složena priroda planiranja proizvodnje električne energije, dovela je do razvoja brojnih optimizacionih algoritama kao što je mješovito cjelobrojno linearno programiranje, gradijentna metoda prvog reda, dinamičko programiranje, kvadratno programiranje, optimizacija rojevima čestica, genetski algoritmi i dr.

U ovom radu razvijen je matematički model optimalnog dispečinga termoelektrana za vremenski period od dvadeset četiri časa, primjenom metode mješovitog cjelobrojnog linearnog programiranja. Sam proračun izvršen je pomoću **MATLAB** funkcije **intlinprog**, koja je izuzetno povoljna zbog jednostavnosti postavljanja ograničenja.

## 2. FORMULACIJA PROBLEMA

Linearno programiranje koristi ograničenja tipa jednakosti i nejednakosti. Tipičan problem linearnog programiranja izgleda ovako:

$$\min f^T x, \text{ tako da je : } \begin{cases} A \cdot x \leq b \\ A_{eq} \cdot x = b_{eq} \\ x \geq 0 \end{cases} \quad (1)$$

gdje je:

$A$  – matrica ograničenja tipa nejednakosti (broj nejednačina  $\times$  broj promjenljivih);

$A_{eq}$  – matrica ograničenja tipa jednakosti (broj jednačina  $\times$  broj promjenljivih);

$b$  – vektor kolona ograničenja tipa nejednakosti (broj jednačina  $\times$  1);

$b_{eq}$  – vektor kolona ograničenja tipa jednakosti (broj jednačina  $\times$  1);

$x$  – vektor promjenljivih;

$f$  – funkcija cilja koju treba optimizovati;

### 2.1. Funkcija cilja

Funkcija cilja jeste maksimizacija prihoda, odnosno minimizacija troškova elektroprivrednog preduzeća, što je suština optimalnog dispečinga u deregulisanom okuženju. Definisana je na sljedeći način:

$$\max \sum_{i \in T} \left\{ (C_{bi} - C_{kap}) \cdot P_{prodi} - (C_{bi} + C_{kap}) \cdot P_{kupi} - \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 s_{jm} \cdot P_{jmi} - \sum_{j=1}^3 b_{ji} \right\} \quad (2)$$

$(C_{bi} - C_{kap}) \cdot P_{prodi}$  - prihod od prodaje na berzi električne energije;

$(C_{bi} + C_{kap}) \cdot P_{kupi}$  - trošak kupovine na berzi električne energije;

$\sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^3 s_{jm} \cdot P_{jmi}$  - suma varijabilnih troškova termo jedinica;

$\sum_{j=1}^3 b_{ji}$  - troškovi pokretanja generatorskih jedinica.

Radi sprječavanja pojave zagušenja na interkonektivnim dalekovodima, operatori prenosnih sistema ili aukcijske kuće vrše aukcije prenosnih kapaciteta za sljedeći dan. Kapacitet se dodjeljuje učesnicima na tržištu po određenoj cijeni, u radu označenoj sa  $C_{kap}$ , a do vrijednosti ATC-a (Available Transmission Capacity - raspoloživi prenosni kapacitet) za određeni smjer trgovine. U tom smislu, definisane su i maksimalno dozvoljena kupovina/prodaja ( $P_{MAXkup} / P_{MAXprod}$ ) za određeni sat, odnosno dozvoljeni ATC za oba smjera.

## 2.2. Bilans snaga

Bilans snaga mora biti zadovoljen za cijeli posmatrani period od 24 sata (ukupno 24 jednačine). U svakom trenutku proizvodnja i kupovina moraju odgovarati ukupnim potrebama za električnom energijom (potrošnja + gubici + prodaja):

$$P_{1i} + P_{2i} + P_{3i} + P_{kupi} - P_{pi} - P_{prodi} = 0 \quad (3)$$

Veza između binarnih varijabli  $v$ ,  $y$  i  $z$  prikazana je na sljedeći način [1]:

$$v_{ji} - v_{j(i-1)} - y_{ji} + z_{ji} = 0 \quad (4)$$

$$y_{ji} + z_{ji} \leq 1 \quad (5)$$

Ograničenja (4) i (5), povezuju indikatore stanja jedinica (uključeno / isključeno / pokrenuto / zaustavljeno), odnosno osiguravaju da jedinica  $j$  ne može biti pokrenuta i zaustavljena u istom satu, respektivno.

## 2.3. Minimalno vrijeme rada i isključenog stanja

Minimalno vrijeme isključenog stanja  $DT$  predstavlja broj sati za koji jedinica mora ostati van pogona. Slično, minimalno vrijeme za koje jedinica mora biti u pogonu naziva se minimalno vrijeme rada, označeno sa  $UT$ .

Prilikom planiranja rada jedinica za sljedeći dan, uzima se u obzir broj sati za koji su jedinice radile / nijesu radile ( $ONP_j / OFFP_j$ ) prije početka planiranog perioda:

$$L_j = UT_j - ONP_j \quad (6)$$

$$R_j = DT_j - OFFP_j \quad (7)$$

Prva grupa ograničenja tipa jednakosti odnosi se na prvih  $L_j$ , odnosno  $R_j$  sati posmatranog perioda [2]:

$$\sum_{i=1}^{L_j} v_{ji} = L_j \quad (8)$$

$$\sum_{i=1}^{R_j} v_{ji} = 0 \quad (9)$$

Druga grupa ograničenja definisana je za  $i = L_j + 1, \dots, 24 - UT_j$ , odnosno  $i = R_j + 1, \dots, 24 - DT_j$  sati:

$$UT_j \cdot y_{ji} - \sum_{u=i}^{i+UT_j-1} v_{ju} \leq 0 \quad (10)$$

$$DT_j \cdot z_{ji} - \sum_{u=i}^{i+DT_j-1} v_{ju} \leq DT_j \quad (11)$$

Treća grupa ograničenja odnosi se na posljednjih  $UT_j$ , odnosno  $DT_j$  sati:

$$y_{ji} \cdot (24 - i + 1) \leq \sum_{u=i}^{24} v_{ju}, \quad i = 24 - UT_j + 1, \dots, 24 \quad (12)$$

$$z_{ji} \cdot (24 - i + 1) \leq \sum_{u=i}^{21} (1 - v_{ju}), \quad i = 24 - DT_j + 1, \dots, 24 \quad (13)$$

#### 2.4. Ograničenje izlazne snage jedinica

Jedinica  $j$  može raditi u rasponu snaga od  $P_{\min j}$  do  $p_{jmi}$ , pri čemu  $p_{jmi}$  može biti manje ili jednako  $P_{MAXj}$  i predstavlja raspoloživu snagu te jedinice. Matematički zapis:

$$v_{ji} \cdot P_{\min j} \leq P_{ji} \quad (14)$$

$$P_{ji} \leq p_{jmi} \quad (15)$$

S druge strane, treba uzeti u obzir ograničenja koja se javljaju prilikom promjene snage, pokretanja ili zaustavljanja jedinice, što je navedeno relacijama (16)-(19) [1] [2]. Raspoloživa snaga jedinice  $p_{jmi}$  koja će biti zaustavljena u satu  $(i + 1)$  ne smije preći ograničenje  $SD_j$ , koje predstavlja maksimalnu promjenu snage pri rasterećenju. Ukoliko se ne planira zaustavljanje jedinice u sljedećem satu ( $z_{j(i+1)} = 0, v_{ji} = 1$ ), tada raspoloživa snaga može dostići maksimalnu snagu za tu jedinicu:

$$p_{jmi} \leq P_{MAXj} \cdot (v_{ji} - z_{j(i+1)}) + SD_j \cdot z_{j(i+1)} \quad (16)$$

Prilikom pokretanja jedinice, njena raspoloživa snaga iznosi  $SU_j$ . Ukoliko je jedinica radila i u prethodnom satu, maksimalna snaga koju će dostići u posmatranom satu dobija se kao zbir snage kojom je radila i dozvoljenog povećanja snage za jedan sat.

$$p_{jmi} \leq P_{j(i-1)} + RU_j \cdot v_{j(i-1)} + SU_j \cdot y_{ji} \quad (17)$$

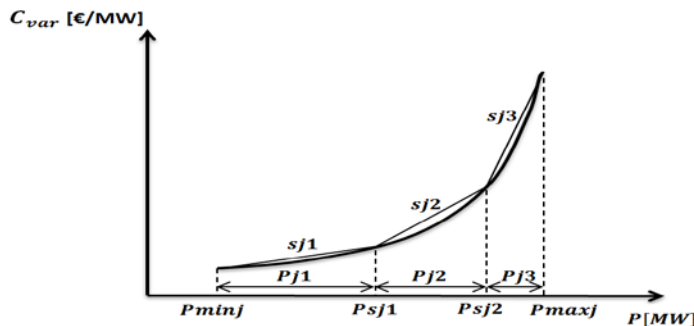
Jedinica iz sata  $(i - 1)$  u sat  $i$  može smanjiti snagu za  $RD_j$ , koliko iznosi dozvoljeno smanjenje snage (ako jedinica radi u oba sata), odnosno  $SD_j$  ako se jedinica u satu  $i$  zaustavlja.

$$P_{j(i-1)} - P_{ji} \leq RD_j \cdot v_{ji} + SD_j \cdot z_{ji} \quad (18)$$

$$-P_{ji} \leq 0_{ji} \quad (19)$$

#### 2.5. Linearizacija krive troškova goriva na 3 segmenta

Kriva troškova goriva je kvadratna funkcija, a za potrebe linearnog programiranja izvršena je njena linearizacija na 3 segmenta, kao što je prikazano na slici 1.



Slika 1. Linearizovana kriva troškova goriva

$$s_{jm} = \frac{C_{\text{var}}(P_{sjm}) - C_{\text{var}}(P_{sj(m-1)})}{P_{sjm} - P_{sj(m-1)}}, \quad m \in \{1,2,3\} \quad (20)$$

Kako bi se osiguralo da jedinica radi na segmentu  $m$  samo ako je prekoračila maksimalnu snagu segmenta  $(m-1)$ , uvode se  $k_{jm}$  indikatori prekoračenja dozvoljenog opsega snage za pojedine segmente.

Za prvi segment važi:

$$(P_{sj} - P_{\min j}) \cdot k_{j1} \leq P_{j1i} \quad (21)$$

$$P_{j1i} \leq (P_{sj} - P_{\min j}) \cdot v_{ji} \quad (22)$$

Slično za drugi segment:

$$(P_{sj2} - P_{sj1}) \cdot k_{j2} \leq P_{j2i} \quad (23)$$

$$P_{j2i} \leq (P_{sj2} - P_{sj1}) \cdot k_{j1} \quad (24)$$

Za treći segment:

$$0 \leq P_{j3i} \quad (25)$$

$$P_{j3i} \leq (P_{\text{MAX}j} - P_{sj2}) \cdot k_{j2} \quad (26)$$

Navedenim setom jednačina omogućeno je da jedinica radi na segmentu višeg nivoa tek onda kada je svojom snagom prekoračila gornju granicu snage segmenta nižeg nivoa. Jednačine koje predstavljaju vezu između ukupnih snaga termo jedinica, njihovih minimalnih snaga i snaga na svim segmentima linearizovane krive troškova :

$$P_{ji} = P_{\min j} \cdot v_{ji} + \sum_{m=1}^3 P_{jmi} \quad (27)$$

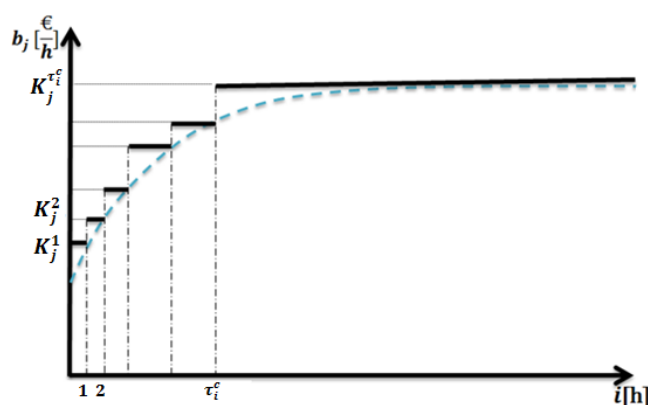
Uvođenjem binarne varijable  $v$  obezbijeđeno je da je ukupna snaga generatorske jedinice  $j$  jednaka minimalnoj snazi, ako su snage na segmentima jednake nuli, a jedinica je uključena. Ovim je postavljeno donje ograničenje za ukupnu snagu generatorske jedinice  $j$  na  $P_{\min j}$ , ako je jedinica u pogonu, odnosno 0, ako je jedinica van pogona.

## 2.6. Aproksimacija troškova pokretanja jedinica

Troškovi pokretanja termo jedinica su eksponencijalno zavisni od perioda za koji je jedinica bila van pogona. Umjesto eksponencijalne zavisnosti, troškovi pokretanja termo jedinica su prestavljeni stepeničastom funkcijom [2] [3]. Za sat  $i$ , jedinicu  $j$  važi:

$$b_{ji} = \max_{\partial=0,\dots,\tau_i^c} K_j^\partial \cdot \left[ v_{ji} - \sum_{n=1}^{\partial} v_{j(i-n)} \right] \quad (28)$$

$$b_{ji} \geq 0 \quad (29)$$



Slika 2. Zavisnost troškova pokretanja jedinice od broja sati za koji je bila van pogona

### 3. ANALIZA REZULTATA OPTIMIZACIJE

Opisani matematički model primijenjen je na sistem od tri termoelektrane sa karakteristikama datim u tabeli 1.

Tabela1.Osnovne karakteristike termoelektrana

jedinica	1	2	3
$P_{\max j}$ [MW]	125	160	215
$P_{\min j}$ [MW]	70	110	145
$P_{\min j} / P_{sj}$ [MW/MW]	70/100	110/125	145/160
$P_{sj1} / P_{sj2}$ [MW/MW]	100/115	125/145	160/195
$P_{sj2} / P_{\max j}$ [MW/MW]	115/125	145/160	195/215
$UT_j$ [h]	5	8	6
$DT_j$ [h]	3	4	2
$RD_j$ [MW/h]	40	50	70
$RU_j$ [MW/h]	45	60	45
$SD_j$ [MW/h]	95	140	170
$SU_j$ [MW/h]	100	125	160

Tabela2.Plan potrošnje i cijena na berzi električne energije za prvih 12 sati

$i$ [h]	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$C_b$ [€/MWh]	36	31.8	30	28.25	28	26.5	26	28	28.6	25	20	20.32
$P_p$ [MWh]	300	290	280	260	220	280	285	320	340	350	355	355

Tabela3.Plan potrošnje i cijena na berzi električne energije za preostalih 12 sati

$i$ [h]	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
$C_b$ [€/MWh]	19	24.51	21.93	21.05	20.78	27.1	38.9	46	46.85	48.05	47.45	42
$P_p$ [MWh]	285	386	270	280	290	300	330	370	400	350	330	300

Cijena zakupa kapaciteta na aukciji održanoj dan unaprijed iznosi  $C_{kap} = 0.5$  €/MWh.

Stanje elektrana prije početka planiranog perioda definisano je matricom  $PST$  čije vrste odgovaraju pojedinim elektranama, a kolone časovima prije početka planiranog perioda, koji su od značaja za analizu. Za prvi slučaj, matrica  $PST$  ima oblik:

$$PST = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$ONP = (1 \ 0 \ 7)$$

$$OFFP = (0 \ 1 \ 0)$$

Nagibi linearizovanih krivih troškova goriva dati su vektor vrstom od devet elemenata (za svaku jedinicu redom po tri):

$$s = (26.95 \ 28.25 \ 28.89 \ 33.30 \ 32.56 \ 34.08 \ 24.35 \ 28.26 \ 28.26)$$

Radi jednostavnosti, pretpostavljeno je da su troškovi pokretanja u zavisnosti od broja sati isključenog stanja isti za sve tri jedinice. Izvršena je diskretizacija funkcije pokretanja jedinice od vremena van pogona na deset intervala, pri čemu je pretpostavljeno da je deset časova vrijeme hladnog starta jedinica[3].

$$K = (654 \ 1347 \ 1896 \ 2254 \ 2533 \ 2684 \ 2733 \ 2767 \ 2813 \ 2853)$$

Maksimalno dozvoljena kupovina ima vrijednost od 150 MW, a maksimalno dozvoljena prodaja 200 MW.

U prvom slučaju jedinica 2 je bila van pogona, dok su preostale dvije radile, pri čemu je pretpostavljeno da je prva jedinica radila sa minimalnom snagom od 70 MW jedan sat, a treća jedinica sa maksimalnom snagom od 215 MW sedam sati. Prema tabeli 4, prva jedinica je radila prva četiri sata kako bi ispunila uslov za minimalno vrijeme rada za tu jedinicu od pet sati (4+1 sat prije početka planiranog perioda). U tom periodu je cijena električne energije veća nego u narednih par časova, zbog čega je i prodaja povećana. Druga jedinica bi se u istom periodu aktivirala, ali je zbog minimalnog vremena isključenog stanja od 4 sata, morala biti van pogona. Od časa isključenja jedinice i naglim opadanjem cijene na berzi električne energije, povećava se kupovina od strane elektroprivrednog preduzeća. U dvadeset trećem satu prva jedinica se ponovo uključuje, sa velikim troškom pokretanja iz hladnog stanja, ali je to opravdano s obzirom na visoku cijenu na berzi u tom satu.

Rezultat optimizacije, odnosno dobit preduzeća za prvi slučaj iznosi 34,965.8 €.

Tabela 4. Rezultat optimizacije za prvih 12 sati

	h1	h2	h3	h4	h5	h6	h7	h8	h9	h10	h11	h12
$P_{11}$	30	30	30	25	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{12}$	15	15	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{13}$	0	10	10	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{21}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{22}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{23}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{31}$	15	15	15	15	15	15	15	15	15	15	0	0
$P_{32}$	35	35	35	9	35	0	0	35	35	0	0	0
$P_{33}$	20	20	20	0	19	0	0	10	20	0	0	0
$P_1$	115	125	125	95	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_2$	0	0	0	0	0	0	110	110	110	110	110	110
$P_3$	215	215	215	169	214	160	160	205	215	160	145	145
$P_{kup}$	0	0	0	0	9	124	18	8	18	84	103	103
$P_{prod}$	30	50	60	4	3	4	3	3	3	4	3	3
$v_1$	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$v_2$	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
$v_3$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$y_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$y_2$	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$y_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$z_1$	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
$z_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$z_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$m_{11}$	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$m_{12}$	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$m_{21}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$m_{22}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$m_{31}$	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0
$m_{32}$	1	1	1	0	1	0	0	1	1	0	0	0
$p_{1m}$	115	125	125	95	0	0	0	0	0	0	0	0
$p_{2m}$	0	0	0	0	0	0	110	110	110	110	110	110
$p_{3m}$	215	215	215	215	214	215	205	205	215	215	145	145
$s_{t1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$s_{t2}$	0	0	0	0	0	0	2733	0	0	0	0	0
$s_{t3}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabela 5. Rezultat optimizacije za preostalih 12 sati



	h13	h14	h15	h16	h17	h18	h19	h20	h21	h22	h23	h24
$P_{11}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	30	30
$P_{12}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	15
$P_{13}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	10
$P_{21}$	0	0	0	0	0	0	15	15	15	15	15	15
$P_{22}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{23}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$P_{31}$	0	15	0	0	0	15	15	15	15	15	15	15
$P_{32}$	0	0	0	0	0	10	35	35	35	35	35	35
$P_{33}$	0	0	0	0	0	0	20	20	20	20	20	20
$P_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	125
$P_2$	110	110	110	110	110	110	125	125	125	125	125	125
$P_3$	145	160	145	145	145	170	215	215	215	215	215	215
$P_{kup}$	33	119	18	28	38	23	2	33	63	13	2	2
$P_{prod}$	3	3	3	3	3	3	12	3	3	3	112	167
$v_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
$v_2$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$v_3$	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
$y_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
$y_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$y_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$z_1$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$z_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$z_3$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$m_{11}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1
$m_{12}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
$m_{21}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$m_{22}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$m_{31}$	0	1	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
$m_{32}$	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
$P_{1m}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	100	125
$P_{2m}$	110	110	110	110	110	110	125	125	125	125	125	125
$P_{3m}$	145	190	145	190	145	170	215	215	215	215	215	215
$s_{t1}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2853	0
$s_{t2}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$s_{t3}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

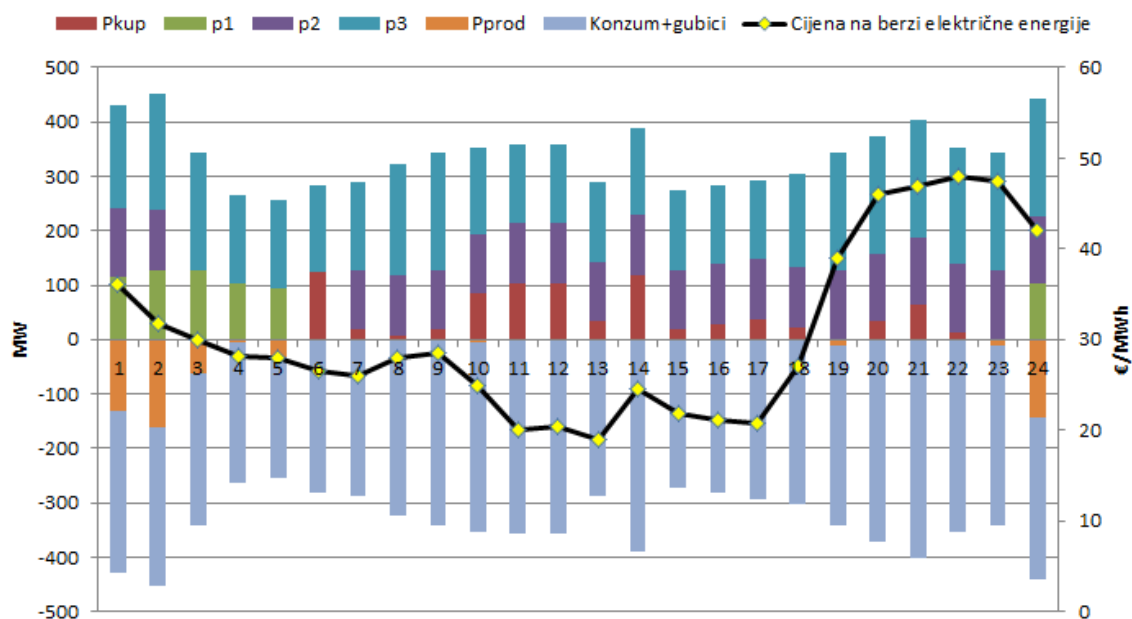
U drugom slučaju su sve tri jedinice u pogonu prije početka optimizacionog perioda.

$$PST = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$ONP = (1 \quad 9 \quad 7)$$

$$OFFP = (0 \quad 0 \quad 0)$$

Pretpostavljeno je da su sve jedinice radile sa minimalnom snagom. Na ovom primjeru, kada je dovoljno energije i za izvoz već na početku optimizacionog perioda, prednosti optimizacije su jasno uočljive. Velika količina energije je kupljena u satima sa niskom cijenom električne energije. Dobit preduzeća za drugi slučaj znosi 24,683.5€.



Slika 3. Grafički prikaz optimizacije, slučaj 2

#### 4. ZAKLJUČAK

Proračun je izvršen u programskom paketu **MATLAB**, a s obzirom na veliki broj binarnih varijabli, korišćena je **MILP (Mixed-integer linear programming)** tehnika, odnosno tehnika mješovitog cjelobrojnog linearnog programiranja. Optimizacija je obuhvatila po 35 varijabli za svaki sat (tabele 4 i 5). Navedena su brojna ograničenja tipa jednakosti i nejednakosti, poput minimalne i maksimalne snage elektrana, dozvoljenog povećanja/smanjenja snage iz sata u sat, minimalnog vremena rada i isključenog stanja, kao i ograničenja binarnih varijabli.

Predloženi model je uspješno testiran na primjeru od tri termoelektrane. Optimizacija je pokazala da elektroprivredno preduzeće može ostvariti profit tako što će kupovati u satima kada je cijena električne energije na berzi niska, a prodavati kada je cijena visoka. Dat je grafički i tabelarni prikaz za dva slučaja, koji jasno ukazuju na prednosti optimizacije **MILP** metodom.

#### 5. LITERATURA

- [1] Castillo, E., Conejo A.J., Pedregal, P., Garcia, R. and Alguacil, N., „Building and Solving Mathematical Programming Models in Engineering and Science, Pure and Applied Mathematics Series”, Wiley, New York, 2002.
- [2] S. Bisanović, M. Hajro, M. Dlakić, „Mixed integer linear programming based thermal unit commitment problem in deregulated environment”, University of Sarajevo, 2010.
- [3] R. Gollmer, P. Nowak, W. Roemisch, R. Schultz, „Unit commitment in power generation - A basic model and some extensions”, Article in Annals of Operations Research, November 2000.
- [4] Z. Miljanić, R. Mirković, N. Daković, „Optimizacija rada proizvodnih objekata elektroprivrede Crne Gore na DAY-AHEAD tržištu”, CIGRE Crna Gora, 2017.
- [5] M. Arroyo, J. Conejo, „Modeling of Start-Up and Shut-Down Power Trajectories of Thermal Units”, IEEE Transactions on Power Systems, AUGUST 2004.
- [6] S. Škuletić, „Elektrane”, Univerzitet Crne Gore, Podgorica, 2006.
- [7] J. Zhu, „Optimization of power system operation“, IEEE Press, Piscataway, NJ, USA, 2015.
- [8] A. J. Wood, B. F. Wollenberg, „Power generation operation and control“, Wiley&Sons, NY, USA, 1996.